

## Une approche économique de la coordination dans les chaînes logistiques : le rôle des contrats

Cette fiche a pour objectif de présenter les principaux éléments développés dans la littérature autour de la coordination des entreprises dans les chaînes logistiques. Elle se limite à la dimension économique de cette coordination, notamment les aspects contractuels liant les entreprises appartenant à une même filière de production.<sup>1</sup>

### Plan :

1. Introduction : la dimension économique dans l'évolution de la chaîne logistique et ses enjeux.
2. Un exemple classique de modélisation de relation verticale.
3. Analyse des principaux contrats inter-entreprises et de leurs impacts sur les flux physiques.

### **1. Introduction : la dimension économique dans la chaîne logistique et ses enjeux.**

La chaîne logistique, ou « supply chain » est avant tout un ensemble complexe de flux, à savoir :

#### *Flux physiques / Flux d'information / Flux financiers*

Ces trois dimensions sont interdépendantes dans le fonctionnement de l'offre de produits aux consommateurs finaux, mais il faut souligner que les conditions économiques des échanges, traduites dans les "contrats", déterminent les comportements des entreprises partenaires et donc l'efficacité de la coordination au niveau de l'ensemble de la chaîne logistique.

#### Evolution des relations marchandes entre les entreprises :

\* De relations marchandes sur des « marchés impersonnels » à des relations complexes et intenses entre «partenaires» :

- d'un simple prix négocié entre deux entités à la définition de prestations et des engagements sur les biens échangés (délais, qualité, productivité, etc.),
- d'une relation de courte terme (parfois répétée) à une relation de long terme (souvent renouvelée),
- d'un simple échange de bien contre paiement à des investissements spécifiques, à des engagements communs dans des infrastructures, à la mise en place de canaux de distribution et d'information dédiés,
- d'une simple spécification technique à l'élaboration collaborative du bien échangé.

\* D'une vision individuelle de la performance (et de sa maximisation) à une approche globale de la compétitivité :

- l'amélioration de la performance globale (de l'ensemble de la chaîne) devient un facteur de compétitivité sur des marchés de plus en plus concurrentiels ;  
*La supply chain : l'entreprise étendue au service du client*
- la pérennité de chaque entreprise dans la chaîne de création de valeur dépend de la performance globale,
- or cette performance globale dépend de plus en plus de la « coordination » entre les acteurs à tous les niveaux (physique, information et financier).

---

<sup>1</sup> Cette présentation repose en partie sur des supports de cours réalisés à l'ENSGI (Ecole Nationale Supérieure de Génie Industriel) de l'Institut National Polytechnique de Grenoble et à l'Université Pierre Mendès France de Grenoble dans la spécialité de Master "Economiste d'Entreprise". (Contact : [daniel.llerena@upmf-grenoble.fr](mailto:daniel.llerena@upmf-grenoble.fr) et/ou [jeanne.duvallet@ensgi.inpg.fr](mailto:jeanne.duvallet@ensgi.inpg.fr))

C'est en améliorant la performance de toute la chaîne que chaque entreprise pourra améliorer sa propre performance (et non l'inverse), mais cela suppose qu'elle se coordonne efficacement avec ses partenaires.

Les entreprises disposent d'outils de coordination de plus en plus complexes :

- des outils techniques (progiciels de simulation, systèmes d'information en réseaux, etc),
- des outils de management (ex : approche collaborative sur les processus),
- et des outils économiques : **les contrats en tant que mécanismes incitatifs** pour améliorer la performance de la chaîne.

## 2. Un exemple classique de modélisation de relation verticale

La "relation contractuelle" détermine les conditions d'échanges, à savoir :

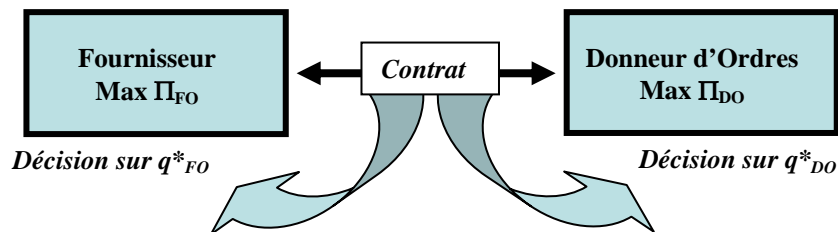
*Qui paye, Comment et Combien ?*

Contrat = les conditions du transfert monétaire entre les entreprises

Mais au-delà du « Prix d'échange = recette unitaire pour l'une et coût d'achat unitaire pour l'autre »,

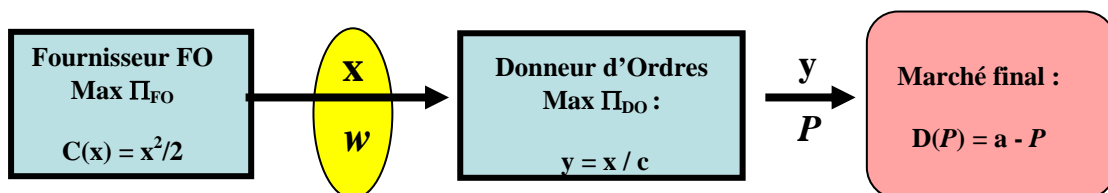
...

... le rapport marchand va également déterminer le comportement des entreprises :



Soient deux entreprises liées verticalement dans une chaîne logistique : un fournisseur (FO) et un donneur-d'ordres (DO). Le DO opère sur un marché final en vendant un produit, noté Y, dont la demande des consommateurs s'exprime via une fonction inverse du prix du produit :  $D(P) = a - P$ . Le DO transforme un produit intermédiaire, noté X, dans un rapport de  $1/c$ . Ainsi, une quantité y est obtenu en utilisant une quantité x avec la relation technologique simplifiée suivante :  $y = x / c$ . L'entreprise FO qui peut fournir le produit X à l'entreprise DO supporte des coûts de production donnés par :  $C(x) = x^2/2$ . Les coûts supportés par DO se limite à l'achat des quantités x auprès de l'entreprise FO, achats qui se font au prix unitaire w.

L'ensemble de cette relation peut être représenté par le graphique ci-dessous.



Les comportements des deux entreprises sont guidés par la maximisation de leur profit. Dans notre contexte industriel simplifié, ces profits sont définis par la différence entre le chiffre d'affaires et les coûts.

Comportement du DO pour un w donné :

$$\text{Max } \Pi_{DO} = \text{Max} [P \cdot y - w \cdot x] = \text{Max} [P \cdot (a - P) - w \cdot c \cdot (a - P)]$$

$$\text{d'où : } P^*(w) = (a + w \cdot c) / 2 \quad , \text{ pour une vente de } y(w) = (a - w \cdot c) / 2$$

$$\text{et l'achat de } x(w) = c \cdot (a - w \cdot c) / 2$$

Comportement du FO qui anticipe le comportement du DO :

Problématique :

$$\text{Max } \Pi_{\text{FO}} = \text{Max} \left[ w \cdot x(w) - \frac{x(w)^2}{2} \right] = \text{Max} \left[ \frac{w \cdot c \cdot (a - w \cdot c)}{2} - \frac{c^2 (a - w \cdot c)^2}{8} \right]$$

$$\text{d'où : } w^* = \frac{a \cdot (2 + c^2)}{c \cdot (4 + c^2)}, \text{ avec un échange de : } x^* = \frac{a \cdot c}{(4 + c^2)}$$

En se coordonnant sur la quantité  $x^*$ , la filière composée de deux monopoles est-elle **efficace** ?

Efficacité de la coordination :

La coordination est efficace si elle parvient à maximiser la création de valeur pour l'ensemble de la chaîne, c'est-à-dire si : **Les maximisations des profits individuels = Maximum du profit de la chaîne**

Maximum du profit de la chaîne :

$$\text{Max } \Pi_{\text{T}} = \text{Max} \left[ P \cdot y - x^2/2 \right] = \text{Max} \left[ P \cdot (a - P) - (c^2 \cdot (a - P)^2 / 2) \right]$$

$$\text{d'où : } P^* = a \cdot (1 + c^2) / (2 + c^2)$$

On obtient finalement :

La coordination d'une chaîne de monopole n'est pas efficace car :

$$\Pi_{\text{DO}} + \Pi_{\text{FO}} = \frac{a^2 \cdot (6 + c^2)}{2(4 + c^2)^2} < \frac{a^2}{2(2 + c^2)} = \Pi_{\text{T}}$$

- \* Le premier monopole (FO) introduit une distorsion de son prix par rapport à son coût marginal,
- \* Le deuxième monopole (DO) fait face à un coût d'achat qui ne reflète pas le véritable coût de production en terme de facteur primaire de production,
- \* Et il introduit lui-même une distorsion supplémentaire par rapport à son coût marginal (déjà trop élevé) compte tenu de sa position de monopole sur le marché final.

Ce phénomène est connu des économistes sous les termes de "Double marginalisation". Il induit un prix plus élevé sur le marché final que celui qui maximise le profit total de la chaîne.

***Solution ?***

Intérêt pour les deux monopoles à fusionner (et aussi souhaitable pour les consommateurs).

***Mais ... résultat qui est directement lié à la forme du contrat (x, w)*** Il existe d'autres formes de contrats entre les entreprises d'une même chaîne logistique qui peuvent assurer une **coordination efficace** (... et sans passer par la fusion !)

### 3. Analyse des principaux contrats inter-entreprises ... et de leurs impacts sur les flux physiques.

#### Remarques préliminaires :

- \* Très grande variété de contrats dans la réalité industrielle : chaque situation à son contrat spécifique,
- \* Chaque contexte étudié implique une modélisation particulière des relations entre les entreprises :
  - selon la nature de la demande finale (aléatoire ou certaine, stationnaire ou dynamique),
  - selon la durée de vie du produit échangé (une ou plusieurs périodes),
  - selon l'existence ou non de certains coûts (de stockage, de rupture, de possession, etc.),
  - selon l'acteur qui propose le contrat (le FO ou le DO) et les possibilités de négociation (ou le pouvoir réel respectif),
  - selon les techniques de production et de logistique envisagées.

L'efficacité d'une forme de contrat peut être démontrée dans un contexte particulier, et infirmée dans un autre contexte.

Dans cette fiche, nous présentons le cas d'une demande finale stochastique stationnaire dans deux contextes différents ;

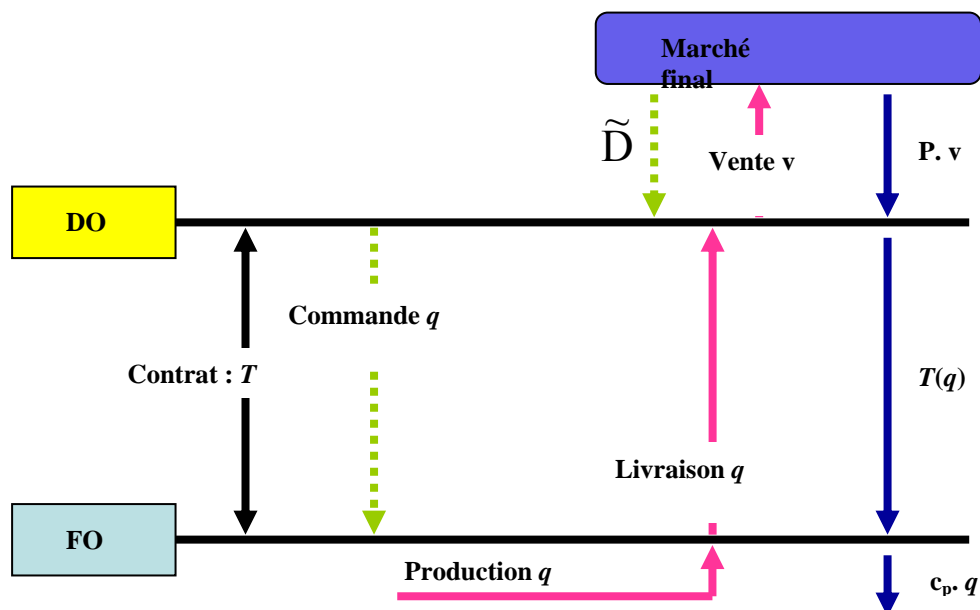
- un produit à durée de vie sur une période : le modèle du « vendeur de journaux » (3.1)
- un produit à durée de vie sur plusieurs périodes : un modèle à demande permanente et backorders (3.2)

Pour chaque contexte, on analysera l'efficacité de plusieurs contrats (en terme de coordination de la chaîne ou, dans le cas d'un produit à durée de vie sur plusieurs périodes, on déterminera la forme du contrat optimal pour la chaîne.

#### 3.1 Le modèle du « vendeur de journaux »

##### Contexte :

- \* une filière face à une demande finale aléatoire (stochastique stationnaire)
- \* durée de vie du produit sur une période
- \* un donneur d'ordre qui commande auprès d'un fournisseur avant de connaître la demande finale
- \* un fournisseur qui produit et livre toutes les quantités commandées par le DO (pas de contraintes de capacité) avec un coût unitaire de production  $c_p$ .
- \* un contrat, noté  $T(q)$ , qui stipule les conditions de ventes entre les deux entreprises en fonction des quantités commandées et livrées.



##### Problématique :

- \* Si on adopte le point de vue du FO (ex : producteur de biens finis) :  
*Comment faire en sorte que le DO (ex : le distributeur) commande exactement la quantité qui maximise le profit du FO ?*
- \* Si on adopte le point de vue du DO (ex : producteur de biens finis) :  
*Comment faire en sorte que le FO (ex : le fournisseur de matière première) produise et livre exactement la quantité qui maximise le profit du DO ?*
- \* Si on adopte le point de vue de toute la chaîne :  
*Comment faire en sorte que le FO et le DO s'échangent exactement la quantité qui maximise le profit total de la filière, donné comme la somme des deux profits individuels ?*

Résolution :

- \* Comparaison entre la solution du point de vue du FO (raisonnement symétrique si DO) et la solution optimale pour la chaîne,
- \* Analyse de l'efficacité de la coordination obtenue avec différentes formes de contrat marchand :

**A.«Prix de gros»**

**B.«Avec rachat»**

**C.«Partage de revenu».**

Variables utilisées et paramètres :

$\tilde{D}$  : demande aléatoire (loi connue)

$f$  : fonction de densité de  $\tilde{D}$

$F$  : fonction de répartition de  $\tilde{D}$ , et  $\bar{F} = 1 - F$

$P$  : prix de vente unitaire sur le marché final

$c_p$  : coût de production unitaire du fournisseur, avec  $0 < c_p < P$

$r$  : valeur de récupération unitaire par unité non vendue, avec  $r < c_p$

$q$  : quantité commandée par le DO

$\tilde{v}$  : quantité vendue par le DO, avec  $\tilde{v} = \min(q, \tilde{D})$

$T$  : transfert monétaire entre le DO et le FO

Cadre général de résolution :

Pour une quantité  $q$  donnée, on a ;

Quantité vendue  $V(q)$  :

$$V(q) = E(\tilde{v}) = E[\min(q, \tilde{D})]$$

$$V(q) = q - \int_0^q F(y) dy$$

Quantité invendue  $I(q)$  :

$$I(q) = q - V(q) = \int_0^q F(y) dy$$

Profit espéré du DO :

$$\begin{aligned} E(\tilde{\Pi}_{DO}) &= P.V(q) + r.I(q) - T \\ &= P.V(q) + r.(q - V(q)) - T \\ &= (P - r)V(q) - T + r.q \end{aligned}$$

Profit espéré du FO :

$$E(\tilde{\Pi}_{FO}) = T - c_p \cdot q$$

Profit espéré de la chaîne :

$$\begin{aligned} E(\tilde{\Pi}_T) &= E(\tilde{\Pi}_{DO}) + E(\tilde{\Pi}_{FO}) \\ &= (P - r)V(q) - T + r \cdot q + T - c_p \cdot q \\ &= (P - r)V(q) - (c_p - r)q \end{aligned}$$

Remarques ;

- \* Les profits du DO et du FO dépendent de T et donc du contrat choisi.
- \* Le profit total de la chaîne est indépendant du transfert entre les deux entreprises.

Détermination de la quantité optimale ( $q^\circ$ ) pour la chaîne :

$$\begin{aligned} q^\circ &= \arg \max E[\tilde{\Pi}_T(q)] \\ \frac{dE[\tilde{\Pi}_T(q)]}{dq} &= (P - r) \cdot V'(q) - (c_p - r) = 0 \\ \Leftrightarrow V'(q^\circ) &= \bar{F}(q^\circ) = \frac{(c_p - r)}{(P - r)} \end{aligned}$$

Donc  $q^\circ$  telle que :

Problématique du FO :

- Cette entreprise connaît le comportement du DO : ce dernier va maximiser son profit compte tenu de la demande finale et des conditions de coût (= achat de produits au FO).
- L'entreprise FO anticipe donc le fait que selon le contrat d'échange T, le DO va commander une quantité plus ou moins importante de produit, ce qui va déterminer à son tour son profit.

**Il s'agit donc pour le FO de déterminer les termes du contrat tels que la quantité commandée par le DO ( $q^*_{DO}$ ) corresponde exactement à la quantité qui maximise son propre profit ( $q^*_{FO}$ )**

**A. Le « wholesale contract »: prix de gros ou transfert linéaire**

\* Forme de contrat très pratiqué : le DO paie au FO un prix unitaire fixe, noté  $w$ , pour chaque unité de bien commandée.

\* Le transfert monétaire est alors :

$$T = w \cdot q \text{ avec } q \text{ la quantité commandé par le DO.}$$

Analyse sur la base d'un exemple :

- $\tilde{D}$  avec une loi uniforme, et :
  - \*  $0 \leq D \leq 10$
  - \*  $f(y) = 1/10$  et  $F(y) = 1/10 y$  pour tout  $0 \leq y \leq 10$
- Prix de vente final :  $P = 20$
- Coût de fabrication :  $c_p = 5$
- Valeur de récupération unitaire :  $r = 0$

Comportement anticipé du DO pour un prix d'achat  $w$  donné :

$$E(\tilde{\Pi}_{DO}) = P \cdot V(q) - w \cdot q = P \cdot \left[ q - \int_0^q F(y) dy \right] - w \cdot q = (20 - w)q - q^2$$

d'où  $q^*_{DO}$  telle que :  $\frac{dE[\tilde{\Pi}_{DO}]}{dq} = 0 \Leftrightarrow q^*_{DO} = 10 - \frac{1}{2}w$

La quantité commandée par le DO dépendra bien du prix d'achat, et sera d'autant plus faible que ce dernier est élevé.

Le FO intègre donc ce comportement via le prix d'achat  $w$  qu'il va proposer au DO, à savoir :

$$w(q^*_{DO}) = 20 - 2 \cdot q^*_{DO}$$

Programme du FO :

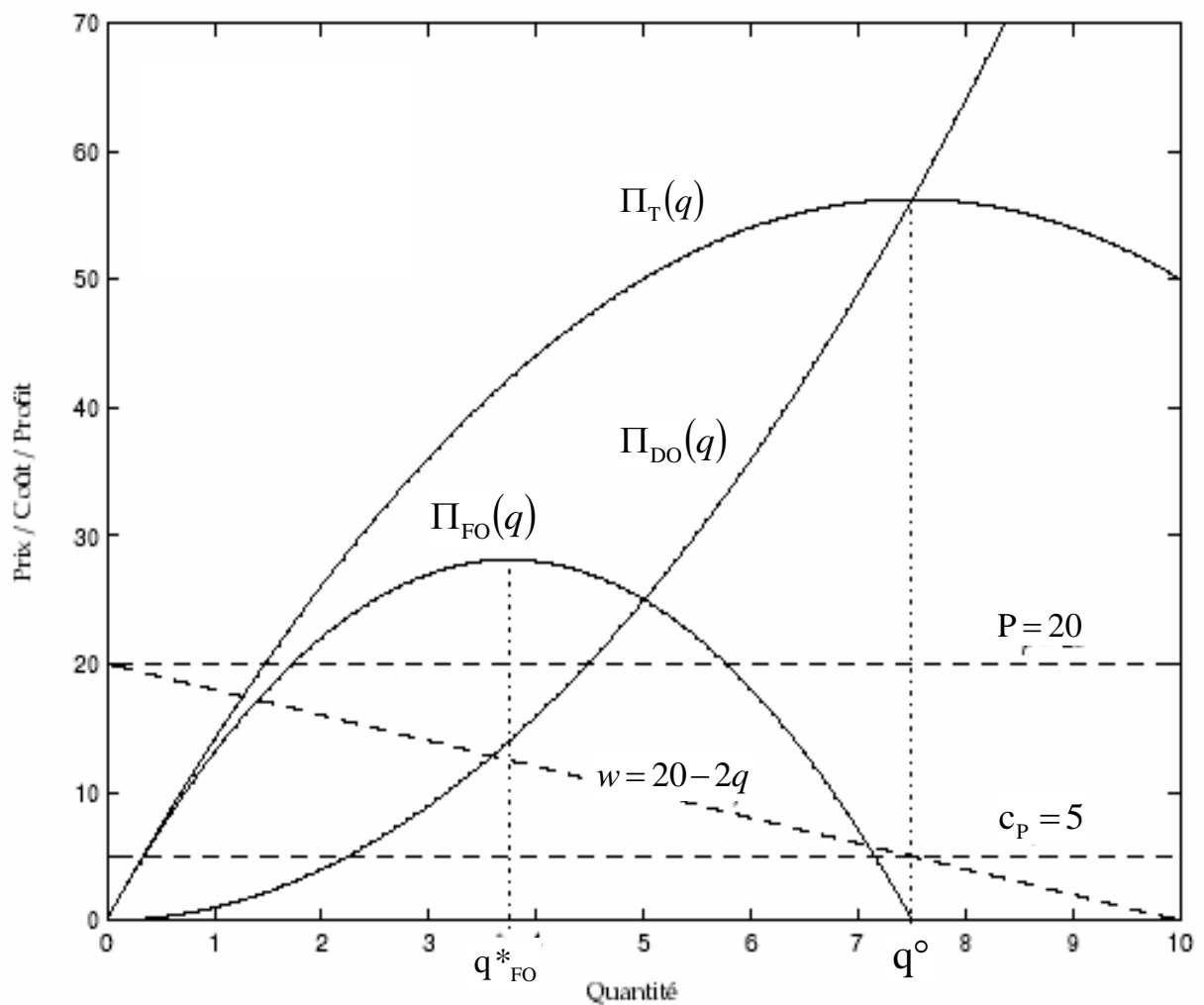
Maximiser son profit compte tenu du comportement du DO et de ses coûts de fabrication :

$$\Pi_{FO}(w, q) = [w(q^*_{DO}) - c_p]q = (20 - c_p)q - 2q^2$$

d'où  $q^*_{FO}$  telle que :  $\frac{d\Pi_{FO}}{dq} = 0 \Leftrightarrow q^*_{FO} = 3,75$

Finalement, on a bien  $q^*_{FO} = q^*_{DO}$ , si le FO fixe le prix d'achat  $w^* = 12,5$ .

Le graphique ci-dessous présente l'évolution des profits des deux entreprises, ainsi que le profit total de la chaîne, en fonction de la relation qui lie les commandes du DO avec le prix unitaire  $w$  (fonction de réaction).



Résultat 1 :

Avec un contrat de type « wholesale price contract » on obtient un échange en **conformité volontaire**, au sens où en choisissant convenablement le prix  $w$ , le FO et le DO déterminent volontairement la même quantité (contrairement à des échanges « forcés » où l'un des acteurs ne peut pas dévier de la quantité choisie par l'autre compte tenu des conséquences néfastes pour lui comme un procès, la perte de réputation, etc.)

**Pour autant, la coordination de cette filière est-elle efficace ?  
Quelle serait la quantité qui maximiserait le profit de la chaîne ?**

Détermination de la quantité optimale ( $q^\circ$ ) pour la chaîne :

$q^\circ$  telle que :

$$\bar{F}(q^\circ) = \frac{c_p}{P} \Leftrightarrow q^\circ = 15/2 = 2q^*_{DO} = 2q^*_{FO}$$

En d'autres termes, le profit optimal de la chaîne nécessite une quantité échangée qui est le double de la quantité convenue par les deux entreprises.

### **Résultat 2 :**

Avec un contrat de type « wholesale price contract », on n'obtient pas une **coordination efficace**, au sens où, en choisissant leurs quantités, le FO et le DO ne parviennent pas à maximiser le profit de l'ensemble de la chaîne/filière (en produisant une quantité inférieure à  $q^\circ$ ).

Une mesure de l'efficacité du contrat :

Remarques :

$$\psi = \frac{E[\tilde{\Pi}_T(q^*_{FO})]}{E[\tilde{\Pi}_T(q^\circ)]} = \frac{P.V(q^*_{FO}) - c_p \cdot q^*_{FO}}{P.V(q^\circ) - c_p \cdot q^\circ}$$

Ce qui donne dans notre exemple, avec  $q^\circ = 2 \cdot q^*_{FO}$  :  $\psi = 75\%$

1) Ce résultat dépend de la loi de distribution de la demande finale :

$$q^*_{FO} = q^*_{DO} < q^\circ \text{ si } q \cdot f(q) / \bar{F}(q) \text{ est décroissant avec } q$$

Ce qui est le cas pour de nombreuses lois utilisées pour modéliser la demande finale (loi normale, exponentielle, gamma, etc.)

2) On constate sur le graphique de l'exemple, que si c'est le DO qui est amené à fixer le prix d'échange  $w$ , il a intérêt à produire  $q^*_{DO} = q^\circ$ , et donc à proposer un prix  $w = c_p$  (et induisant ainsi l'efficacité de la coordination dans la chaîne).

Or à ce prix, le profit du FO est nul, d'où proposition d'un prix :  $w = c_p + \varepsilon$ .

3) Comme le profit total de la chaîne entre  $q^*_{FO}$  et  $q^\circ$  est croissant et que le profit du DO l'est aussi, un accroissement du « pouvoir » du DO dans la négociation, aboutissant à une baisse de  $w$ , induit une amélioration de l'efficacité de la chaîne.

4) Dans le cas d'une négociation de prix entre les deux acteurs, on désigne finalement l'ensemble des contrats rationnels par :

$$q \in [(20 - 2 \cdot q^*_{FO}); (20 - 2 \cdot q^\circ)]$$

### **B. Le « buy back contract »: contrat avec rachat**

\* Forme de contrat : le DO paie au FO un prix unitaire fixe, noté  $w_B$ , pour chaque unité de bien commandée, mais le FO s'engage à racheter les unités non vendues en fin de saison au prix  $b$  (avec  $b < w_B$ ).

\* Le transfert monétaire est alors :

$$T_B(w_B, b) = w_B \cdot q - b \cdot I(q) = b \cdot V(q) + (w_B - b) \cdot q$$

Comportement du DO pour un contrat  $(w_B, b)$  donné :

$$E(\tilde{\Pi}_{DO}) = P.V(q) - T = (P - b).V(q) - (w_B - b).q$$

Le lien  $w_B$  et  $b$  étant à priori libre, on peut les déterminer de sorte que pour tout  $\lambda \in ]0, 1[$ :

$$(P - b) = \lambda.P \quad \text{et} \quad (w_B - b) = \lambda.c_P$$

$$\text{On obtient alors :} \quad E(\tilde{\Pi}_{DO}) = \lambda.P.V(q) - \lambda.c_P.q = \lambda.E[\tilde{\Pi}_T(q)]$$

Il en résulte directement que :  $q^*_{DO} = q^\circ$

Programme du FO :

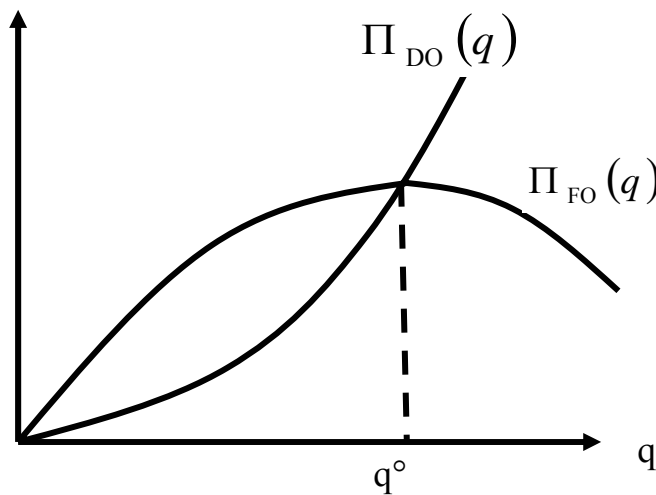
\* Compte tenu de la forme de contrat, le profit du FO dépend maintenant du niveau des ventes réalisées par le DO :

$$\begin{aligned} E[\tilde{\Pi}_{FO}] &= b.V(q) + (w_B - b).q - c_P.q = [P - (P - b)]V(q) - [c_P - (w_B - b)]q \\ &= (1 - \lambda)[P.V(q) - c_P.q] = (1 - \lambda)E[\tilde{\Pi}_T] \end{aligned}$$

Il en résulte directement que :  $q^*_{FO} = q^\circ$

**Résultat :**

Avec un contrat de type «buy back contract», on obtient une **coordination efficace**, car le FO et le DO parviennent à maximiser le profit de la chaîne (en produisant la même quantité  $q^\circ$ ).



Remarques :

- 1) A noter que la conformité volontaire renforce l'efficacité de la coordination dans le cas où, par erreur,  $q_{DO} > q^\circ$ . Dans ce cas, le FO ne livre que  $q^\circ$  mais uniquement pour son propre intérêt.
- 2) Pour maximiser le profit de la chaîne, plus besoin que le FO vende au prix  $w = c_P$ .  
Le FO vend à un prix plus élevé et propose de compenser le coût d'achat plus élevé du DO en lui accordant un remboursement partiel en cas d'une demande basse.

- 3) Le paramètre  $\lambda$  ne fait pas partie des termes d'un contrat avec rachat, mais il peut être interprété comme un partage du profit de la chaîne entre les deux entreprises. Pour tout  $\lambda$ , il existe une paire unique  $(w_B, b)$  assurant l'efficacité de la coordination.
- 4) En posant  $\lambda = 1/2$  dans notre exemple, on constate que le profit du FO avec  $q^0=7,5$  dans un contrat avec rachat, procure le même niveau de profit qu'avec le contrat à prix linéaire avec  $q^*=3,75$ .  
La solution contractuelle « avec rachat » domine la solution « linéaire » du point de vue du FO.

**C. Le « revenue sharing contract »: contrat avec partage du CA\*** Forme de contrat : le DO paie au FO un prix unitaire fixe, noté  $w_R$ , pour chaque unité de bien commandée, auquel s'ajoute une partie de ses recettes versée au DO en fin de saison.

\* Le transfert monétaire est alors :

$$T_B(w_R, \phi) = w_R \cdot q + (1 - \phi) \cdot P \cdot V(q) \quad \text{avec } \phi \text{ la part des recettes gardée par le DO}$$

Comportement du DO pour un contrat  $(w_R, \phi)$  donné :

$$E(\tilde{\Pi}_{DO}) = P \cdot V(q) - T = P \cdot V(q) - w_R \cdot q - (1 - \phi) \cdot P \cdot V(q) = \phi \cdot P \cdot V(q) - w_R \cdot q$$

En posant  $w_R = \phi \cdot c_p$ , on obtient finalement :

$$E(\tilde{\Pi}_{DO}) = \phi \cdot E(\tilde{\Pi}_T)$$

Il en résulte directement que :  $q^*_{DO} = q^0$

Programme du FO :

Comme pour le contrat avec rachat, on obtient :

$$E(\tilde{\Pi}_{FO}) = (1 - \phi) E(\tilde{\Pi}_T)$$

Résultat :

Comme avec un contrat de type « buy back contract », on obtient une **coordination efficace** avec un contrat de type « partage de revenu »

Remarque sur la forte similitude entre les deux types de contrat

En réalité, dans un contrat avec rachat, le DO paie :

$(w_B - b)$  pour chaque unité commandée + un montant  $b$  supplémentaire pour chaque unité vendue.

Alors que dans un contrat avec partage de revenu, le DO paie :

$w_R$  pour chaque unité commandée et  $(1 - \phi) \cdot P$  supplémentaire pour chaque unité vendue.

Un contrat avec partage de revenu génère les mêmes profits pour les deux entreprises qu'un contrat avec rachat si :

$$(w_B - b) = w_R \quad \text{et} \quad b = (1 - \phi) \cdot P$$

### 3.2 Coordination sur plusieurs périodes

#### Contexte :

- \* une filière face à une demande finale aléatoire permanente,
  - \* durée de vie du produit infinie sans perte de ventes (backorders),
  - \* possibilité pour le DO de commander auprès du FO les commandes en attentes (à un coût non nul) grâce à un inventaire continu,
  - \* le FO a une capacité illimitée, ne stocke pas de produit et supporte un coût en cas de rupture chez le DO.
- L'espérance des ventes est constante et ne dépend pas de la stratégie du DO, notamment en matière de stockage.

#### Problématique :

- \* Performance de la chaîne logistique repose maintenant sur la « minimisation » des coûts : coûts de stockage (pour le DO) et coûts de rupture (pour les deux entreprises).
- \* Etant donné la politique de stockage du DO, quelles sont les incitations à donner pour que ce dernier minimise les coûts totaux de la chaîne ?

#### Variables utilisées et paramètres :

##### Comportement du DO :

$\tilde{D}$  : demande aléatoire (loi connue)

$f$  et  $F$  : fonctions de densité et de répartition de  $\tilde{D}$ , avec  $E[\tilde{D}] = \mu$

$L$  : délai pour replanifier une commande auprès du DO

$h_{FO}$  : coût de stockage unitaire du FO, avec  $h_{FO} > 0$

$\beta_{FO}$  : coût de rupture unitaire du FO, avec  $\beta_{FO} > 0$

$\beta_{DO}$  : coût de rupture unitaire du DO, avec  $\beta_{DO} > 0$

$s_{DO}$  : stock minimum de réapprovisionnement

- \* Compte tenu du contexte, la politique optimale de stockage pour le FO est une politique de « stock minimal », c'est-à-dire une politique qui cherche à maintenir une quantité minimale fixe en stock, noté  $s_{DO}$ .
- \* Le FO va déterminer ce stock en faisant un arbitrage entre ses coûts de stockage et ses coûts de rupture par unité de temps.

#### Résolution du programme du DO :

\* Soit  $I_{DO}(y)$  le niveau espéré de stock en  $(t + L)$  quand le niveau de stock en  $t$  est de  $y$ .

\* Soit  $B_{DO}(y)$  le niveau espéré de rupture en  $(t + L)$  quand le niveau de stock en  $t$  est de  $y$ .

On a :

$$I_{DO}(y) = \int_0^y (y-x)f(x)dx = \int_0^y F(x)dx \quad \text{et} \quad B_{DO}(y) = \int_y^\infty (x-y)f(x)dx = \mu - y + I_{DO}(y)$$

\* Soient  $C_{DO}(s_{DO})$  et  $C_{FO}(s_{DO})$  les coûts moyens espérés par unité de temps avec une politique  $s_{DO}$ .

On a :

$$C_{DO}(s_{DO}) = h_{DO} \cdot I_{DO}(s_{DO}) + \beta_{DO} \cdot B_{DO}(s_{DO}) = \beta_{DO} \cdot (\mu - s_{DO}) + (h_{DO} + \beta_{DO}) \cdot I_{DO}(s_{DO})$$
$$C_{FO}(s_{DO}) = \beta_{FO} \cdot B_{DO}(s_{DO}) = \beta_{DO} \cdot (\mu - s_{DO} + I_{DO}(s_{DO}))$$

\* Comme  $C_{DO}(s_{DO})$  est strictement convexe, la quantité optimale  $s_{DO}^*$  pour le DO satisfait l'équation :

$$I'_{DO}(s^*_{DO}) = F(s^*_{DO}) = \frac{\beta_{DO}}{(h_{DO} + \beta_{DO})}$$

Minimisation des coûts de la chaîne :

\* Soit  $C_T(s_{DO})$  le coût moyen espéré de la chaîne logistique, on a :

$$C_T(s_{DO}) = C_{DO}(s_{DO}) + C_{FO}(s_{DO}) = \beta(\mu - s_{DO}) + (h_{DO} + \beta)I_{DO}(s_{DO})$$

avec  $\beta = \beta_{FO} + \beta_{DO}$

\* Comme  $C_T(s_{DO})$  est strictement convexe, la quantité optimale  $s^\circ$  pour la chaîne satisfait l'équation:

$$I'_{DO}(s^\circ) = F(s^\circ) = \frac{\beta}{(h_{DO} + \beta)}$$

Résultat 1 :

Comme on a  $\beta_{DO} < \beta$  on peut constater que :  $s^*_{DO} < s^\circ$

Le FO détermine une quantité minimale de stockage inférieure à celle qui minimise les coûts pour l'ensemble de la chaîne.

Coordination efficace :

Pour atteindre une coordination efficace, il faut que le FO incite le DO à augmenter son stock minimal.

Soit un contrat qui assure un transfert du FO au DO :

$$T = t_I I_{DO}(y) + t_B B_{DO}(y) \quad \text{avec } y \text{ le niveau de stock en } t$$

Les coûts du DO sont alors donnés par :

$$C_{DO}(s_{DO}) = (\beta_{DO} - t_B)(\mu - s_{DO}) + (h_{DO} + \beta_{DO} - t_I - t_B)I_{DO}(s_{DO})$$

Soit l'ensemble des contrats paramétrisés par  $\lambda$  tels que :

$$t_I = (1 - \lambda)h_{DO} \quad \text{et} \quad t_B = \beta_{DO} - \lambda\beta \quad \text{avec } \lambda \in ]0, 1]$$

$$C_{DO}(s_{DO}) = \lambda C_T(s_{DO})$$

On obtient alors un coût pour le DO :

Avec comme solution de minimisation :  $s^*_{DO} = s^\circ$

Résultat 2 :

Avec un transfert monétaire approprié (au-delà du coût d'achat), les deux entreprises peuvent se coordonner efficacement du point de vue de la chaîne logistique.

Remarques :

- 1) Ces contrats intègrent l'allocation des coûts entre les entreprises, via le paramètre  $\lambda$ .
- 2) Comme le contrat doit inciter le DO à augmenter son stock minimal, il est normal que  $t_I > 0$  : le FO subventionne les coûts supplémentaires de stockage du DO.  
Par ailleurs, avec  $\lambda \in ]0, 1]$ , on a :  $t_B \in ]-\beta_{FO}, \beta_{DO}]$   
Pour certains contrats, le FO pénalise les ruptures du DO ( $t_B < 0$ ) alors que pour d'autres ( $t_B > 0$ , notamment si  $\beta_{FO}$  est élevé par rapport à  $\beta$ ) il les encourage afin d'éviter que  $s^*_{DO} > s^\circ$ .

3) On retrouve des similitudes avec le modèle de vendeur de journaux où le contrat était avec rachat (buy back contract) :

$$T = t_I I_{DO}(y) + t_B B_{DO}(y) = t_B (\mu - y) + (t_I + t_B) I_{DO}(y)$$
$$T_B = w_B \cdot q - b \cdot I(q)$$

### **Conclusion du point 3.**

Les "contrats" dans une chaîne logistique déterminent les comportements des entreprises partenaires. L'efficacité de la coordination au niveau de l'ensemble de la chaîne, qui repose sur ces comportements, est donc tributaire de la nature des contrats.

Mais dans cette présentation, on a des contextes avec une connaissance commune des contraintes :

- la loi de probabilité de la demande,
- les conditions de coûts de chaque entreprise,
- les objectifs et les actions de chacun.

Par ailleurs, seuls les flux physiques ont été analysés. Or, compte tenu de l'évolution des relations inter-entreprises, les flux d'information deviennent de plus en plus importants pour l'efficacité de la chaîne. Cette question est justement au centre du projet COPILOTES.